

# Análise gráfica do PDOP no sistema Geolocal

Leticia Gatti Friolani  
 Francisco Alberto Gori Fuller  
 Sergio Vicente Denser Pamboukian  
 Escola de Engenharia  
 Instituto Presbiteriano Mackenzie  
 São Paulo, Brazil  
 labgeo@mackenzie.br

O valor do PDOP (*Positioning Dilution Of Precision*) é calculado para averiguar a acurácia dos dados obtidos pelos sistemas de navegação. A partir de um estudo da topologia do sistema Geolocal, um sistema de navegação independente de GNSS (*Global Navigation Satellite System*), um software foi desenvolvido para indicar as regiões no espaço em que a repetidora deve permanecer para que sejam encontrados valores de PDOP adequados à aplicação requerida e, conseqüentemente, para que sejam obtidos dados mais confiáveis. Esse artigo apresenta e compara simulações com 4 e 5 bases, tendo como resultado os valores mínimos de PDOP e os gráficos de superfície com as posições para a repetidora.

**Palavras-chave**—Geolocal; Sistemas de Navegação; PDOP; MATLAB

## I. INTRODUÇÃO

Geolocal é um sistema de georreferenciamento com cobertura local e independente de GNSS. Tem como principais aplicações a navegação de uma repetidora situada acima da superfície, o sincronismo remoto de bases de tempo e a localização de alvos. Pode ser usado, por exemplo, em agricultura de precisão, navegação de aeronaves e atividades que necessitem de uma acurácia melhor que a dos sistemas GNSS atuais, ou em regiões onde a cobertura GNSS é deficiente ou inexistente.

O projeto foi proposto pelo Prof. Dr. Pierre Kaufmann em 1997. A Escola de Engenharia da Universidade Presbiteriana Mackenzie lidera o projeto desde sua concepção inicial e conta com a colaboração de pesquisadores de diversas instituições [1-9].

Sua estrutura consiste em bases no solo, instaladas em coordenadas geodésicas bem determinadas, contendo estações de rádio. No espaço, acima das bases, ficam repetidoras ou transponders em plataformas como drones, balões, aviões ou até satélites, conforme a área a ser coberta e as normas de uso do espaço aéreo do local. No caso de repetidoras a baixa altitude a propagação é sub-ionosférica, não sendo tão afetada pela atividade solar quanto em sistemas como o GPS, que utiliza uma propagação trans-ionosférica. Desta forma, a acurácia do Geolocal pode ser superior à dos sistemas GNSS existentes. Esta proposta possui patente nacional [1] e internacional [2] reconhecidas em diversos países, além de registro de software no INPI [4].

---

Fundo Mackenzie de Pesquisa (MackPesquisa) do Instituto Presbiteriano Mackenzie.

Manter as estações em solo facilita sua manutenção e torna o sistema menos dispendioso, além de aumentar a acurácia no posicionamento. Sua configuração mínima é de quatro bases e uma repetidora (Fig. 1).

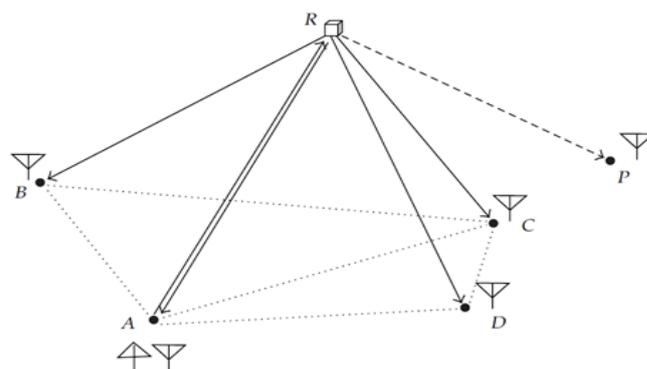


Fig. 1. Representação gráfica do Sistema Geolocal com as 4 bases A, B, C e D fixas no solo, uma repetidora R no espaço e um alvo P em terra [6].

Atualmente o sistema está bem maduro em sua concepção teórica e simulações por computador comprovam a eficácia de seus algoritmos [1-9]. Em 2019, iniciou-se a primeira fase dos experimentos práticos, tendo como agência de fomento o Fundo Mackenzie de Pesquisa (MackPesquisa).

O projeto está dividido em quatro fases. A Fase 1 consiste nos estudos e desenvolvimento dos protótipos necessários que serão utilizados na Fase 2, quando serão feitos os experimentos em campo para a prova de conceito do projeto. Na Fase 3, os testes serão voltados à navegação da repetidora e a Fase 4 tratará da determinação da posição de alvos no solo. O estudo realizado neste artigo colabora com a Fase 1.

Para determinar a posição da repetidora R, uma das bases é tomada como central de controle, responsável por enviar um sinal à repetidora que retransmite às demais bases. A distância entre cada base e a repetidora é calculada a partir da diferença de tempo entre o envio e o recebimento do sinal e sua velocidade de propagação. A posição do alvo P é encontrada a partir da mesma repetidora em pelo menos quatro posições distintas ou usando quatro repetidoras [7].

As incertezas consideradas no sistema, que influenciam diretamente na confiabilidade dos dados gerados, são os atrasos na transmissão e recepção dos sinais, os atrasos na propagação do sinal no meio, o sincronismo dos relógios das bases e a

localização das bases (topologia do sistema), entre outros. As incertezas geradas pela distribuição das bases no solo podem ser avaliadas através do cálculo do valor do PDOP [8].

O PDOP é um coeficiente que depende da geometria do sistema, ou seja, da distribuição de seus componentes, e é utilizado para determinar o desvio padrão do erro cometido na determinação da posição da repetidora.

Este desvio padrão pode ser obtido multiplicando-se o valor do PDOP pelo desvio padrão do erro das medidas de distâncias entre cada base e a repetidora, ou seja, quanto menor o valor do PDOP, mais acuradas serão as informações obtidas [10][10].

O cálculo a seguir, ilustrado por Dana (1996) [11], considera modelos com quatro bases (A, B, C e D) e uma repetidora (R). O sistema de coordenadas é o ECEF (*Earth Centered, Earth Fixed*). As informações necessárias são as coordenadas x, y e z das bases (Ax, Ay, Az, Bx, By, Bz, Cx, Cy, Cz, Dx, Dy e Dz) e as coordenadas da repetidora (Rx, Ry, Rz). As distâncias entre as bases e a repetidora (AR, BR, CR e DR) podem ser determinadas por (1).

$$\begin{aligned} AR &= \sqrt{(Ax - Rx)^2 + (Ay - Ry)^2 + (Az - Rz)^2} - 1 \\ BR &= \sqrt{(Bx - Rx)^2 + (By - Ry)^2 + (Bz - Rz)^2} - 1 \\ CR &= \sqrt{(Cx - Rx)^2 + (Cy - Ry)^2 + (Cz - Rz)^2} - 1 \\ DR &= \sqrt{(Dx - Rx)^2 + (Dy - Ry)^2 + (Dz - Rz)^2} - 1 \end{aligned} \quad (1)$$

Após a determinação das distâncias, os valores são empregados na matriz A (2) com as componentes x, y e z do vetor das distâncias entre cada base e repetidora e o fator de diluição de tempo.

$$A = \begin{bmatrix} \frac{Ax - Rx}{AR} & \frac{Ay - Ry}{AR} & \frac{Az - Rz}{AR} & -1 \\ \frac{Bx - Rx}{BR} & \frac{By - Ry}{BR} & \frac{Bz - Rz}{BR} & -1 \\ \frac{Cx - Rx}{CR} & \frac{Cy - Ry}{CR} & \frac{Cz - Rz}{CR} & -1 \\ \frac{Dx - Rx}{DR} & \frac{Dy - Ry}{DR} & \frac{Dz - Rz}{DR} & -1 \end{bmatrix} \quad (2)$$

Em seguida, é definida a matriz P (3).

$$P = (A^t \cdot A)^{-1} \quad (3)$$

O valor do PDOP é determinado utilizando os três primeiros elementos da diagonal principal da matriz P, como mostra (4).

$$PDOP = \sqrt{P_{0,0} + P_{1,1} + P_{2,2}} \quad (4)$$

Para mais de quatro bases, como é o caso de uma das simulações que serão apresentadas, basta acrescentar novas linhas à matriz A segundo o mesmo padrão [9].

Tendo em vista que o coeficiente PDOP determina o desvio padrão do erro cometido na determinação da posição da repetidora e que sua plataforma poderá se movimentar no espaço durante o funcionamento do sistema, faz-se necessário conhecer as localizações da plataforma onde o PDOP tenha valores aceitáveis. Considera-se valor aceitável abaixo de 4, sendo o ideal próximo de 1. Para isso, foi desenvolvido um software em linguagem de programação MATLAB, da MathWorks [12][12], que permite a visualização dessa área. Além de valores baixos de PDOP, também são considerados ângulos de elevação entre cada base e a repetidora maiores ou iguais à 15°, que na prática faz com que possíveis obstáculos sejam evitados, como construções, vegetação e variações de relevo.

## II. METODOLOGIA DE PESQUISA

O software foi criado com o objetivo de encontrar a região onde a repetidora deve estar para que o valor do PDOP seja aceitável, coeficiente que depende da distribuição das bases no solo.

Considerando as conclusões vistas em [13], adaptadas ao sistema de navegação em questão, quanto mais bases, mais baixos serão os valores de PDOP possíveis de serem encontrados. O código, então, pode ser modificado para a quantidade de bases necessária a qualquer simulação.

Tem-se como dados de entrada a posição das bases e os pontos que determinam os limites da área onde a repetidora pode ser posicionada (latitudes, longitudes e altitudes, máximos e mínimos). As informações são fornecidas em LLA (Latitude, Longitude, Altitude) e convertidas para ECEF durante o processo, viabilizando os cálculos do PDOP e dos ângulos entre a plataforma e a repetidora.

Para analisar todas as posições possíveis para a repetidora R, são programados três laços de repetição que irão percorrer as coordenadas LLA da área pré-estabelecida com um determinado passo ( $\Delta x$  para longitude,  $\Delta y$  para latitude e  $\Delta z$  para altitude). Para cada uma das posições da repetidora, são calculados o valor do PDOP e ângulo de elevação, sendo testados para cada combinação de latitude e longitude, a altitude de R que resulta no menor PDOP e ângulos de elevação maiores que 15°. As posições da repetidora e seus respectivos valores de PDOP são gravados em quatro matrizes: Latitude, Longitude, Altitude e PDOP.

A melhor coordenada para a repetidora, de acordo com a distribuição de bases simulada, é determinada a partir da comparação dos valores de PDOP de cada posição. O software apresenta uma lista com as coordenadas da repetidora (em LLA) que geram valores de PDOP aceitáveis, mostrando as elevações entre cada base e a repetidora (em graus), além do valor do PDOP para aquela posição.

Por último, é construído um gráfico de superfície a partir das matrizes geradas. O gráfico apresenta em seus eixos x, y e z, a Longitude, Latitude e Altitude, respectivamente, e sua superfície é colorida de acordo com o valor de PDOP naquele ponto usando uma escala de cores, possibilitando a visualização das posições da repetidora no espaço e o coeficiente gerado em relação às bases também indicadas no

gráfico, possibilitando uma melhor interpretação dos resultados obtidos. A Fig. 2 mostra o fluxograma do algoritmo utilizado.

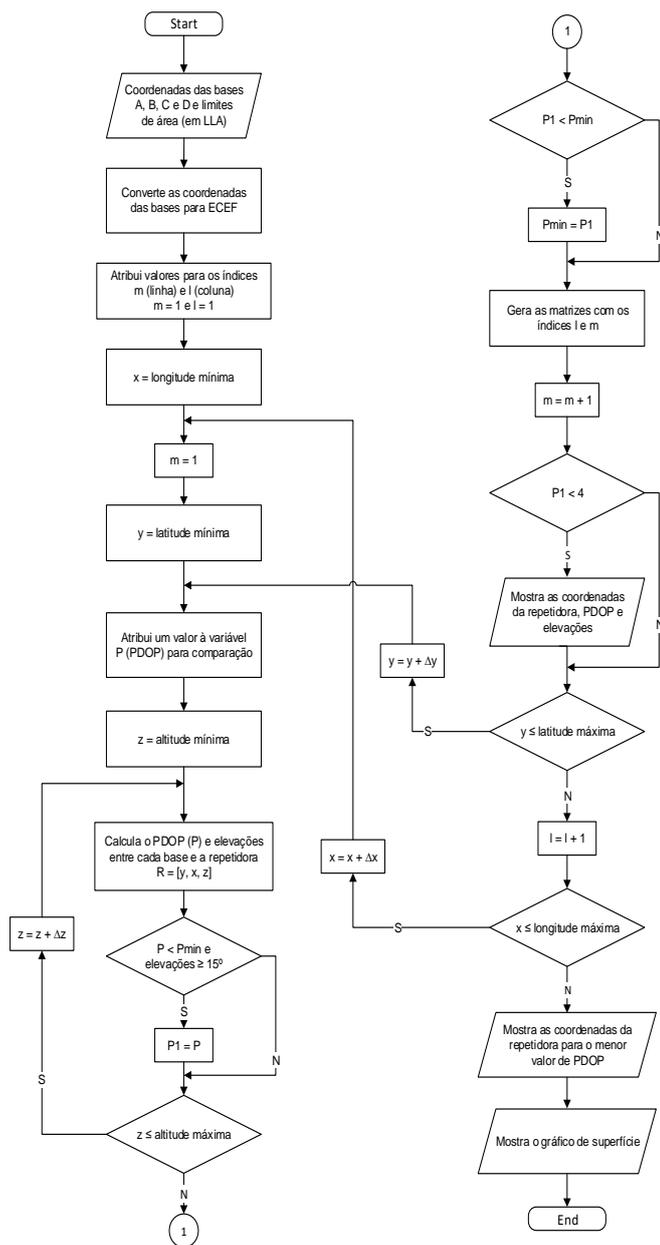


Fig. 2. Fluxograma do Software.

### III. ESTUDO DE CASO

A área escolhida para estudo de caso foi o Campus Alphaville da Universidade Presbiteriana Mackenzie, situado no município de Barueri. O espaço é potencialmente propício para alocar a fase de testes de campo dos protótipos do sistema Geolocal.

Para as simulações realizadas foram utilizadas como dados de entrada as coordenadas de quatro bases para a primeira simulação e de cinco bases para a segunda simulação, além dos

limites de área, e foram analisados os valores mínimos de PDOP e o gráfico de superfície gerado em cada caso.

#### A. Simulação com quatro bases

A área analisada corresponde ao retângulo em branco da Fig. 3, limitado pelas latitudes -23.48856 e -23.48302 e pelas longitudes -46.83752 e -46.82892, com altitudes entre 750m e 2000m.



Fig. 3. Área de estudo e distribuição das bases na primeira simulação.

Nesta simulação foram utilizadas as coordenadas de quatro bases (A, B, C e D), como descrito na TABELA I.

TABELA I. COORDENADAS DAS BASES DA PRIMEIRA SIMULAÇÃO.

Coordenadas das Bases (4 bases)	
Bases	Coordenadas
A	[-23.48482, -46.83155, 780]
B	[-23.48658, -46.83680, 762]
C	[-23.48740, -46.83401, 772]
D	[-23.48396, -46.83431, 753]

A simulação gerou o gráfico de superfície da Fig. 4, que mostra as regiões de PDOP mais favoráveis e as respectivas altitudes.

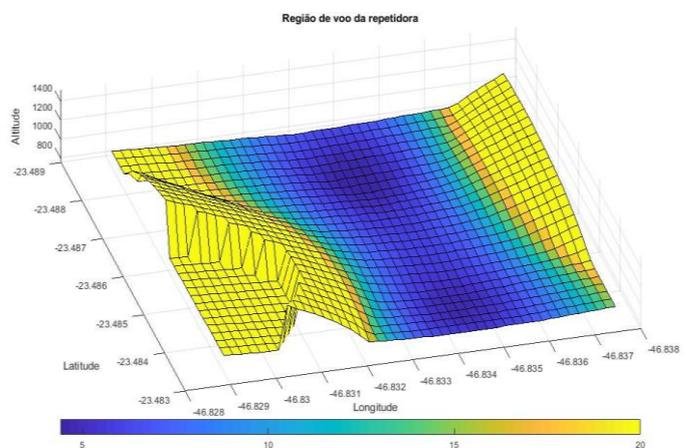


Fig. 4. Gráfico de superfície da região de voo da repetidora para quatro bases

Nesta simulação, o melhor coeficiente PDOP encontrado foi 4.40, com a repetidora na posição [-23.4875, -46.8339, 881.0000] (em LLA), indicada com um “X” na Fig. 5. A localização das bases nesta figura é indicada por círculos vermelhos.

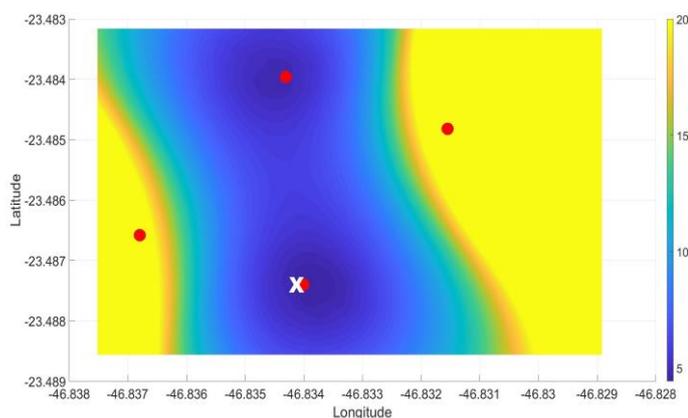


Fig. 5. Vista superior do gráfico de superfície: a posição das quatro bases e o ponto de melhor PDOP

Os ângulos de elevação entre cada base e a repetidora para o ponto de melhor PDOP estão dispostos na TABELA II.

TABELA II. ÂNGULOS DE ELEVÇÃO ENTRE BASE E REPETIDORA PARA QUATRO BASES

Ângulos de Elevação entre Base e Repetidora (4 bases)	
Base	Ângulo de Elevação
A	15,02°
B	20,71°
C	81,77°
D	18,16°

**B. Simulação com cinco bases**

Nesta simulação acrescentamos a Base E dentro da mesma área de estudo (em branco, na Fig. 6).



Fig. 6. Área de estudo e distribuição das bases na segunda simulação.

As coordenadas das bases (A, B, C, D e E) estão na TABELA III.

TABELA III. COORDENADAS DAS BASES DA SEGUNDA SIMULAÇÃO.

Coordenadas das Bases (5 bases)	
Bases	Coordenadas
A	[-23.48482, -46.83155, 780]
B	[-23.48658, -46.83680, 762]
C	[-23.48740, -46.83401, 772]
D	[-23.48396, -46.83431, 753]
E	[-23.48689, -46.83040, 750]

A partir desta segunda simulação, foi gerado o gráfico de superfície das posições da repetidora e valores de PDOP vistos na Fig. 7

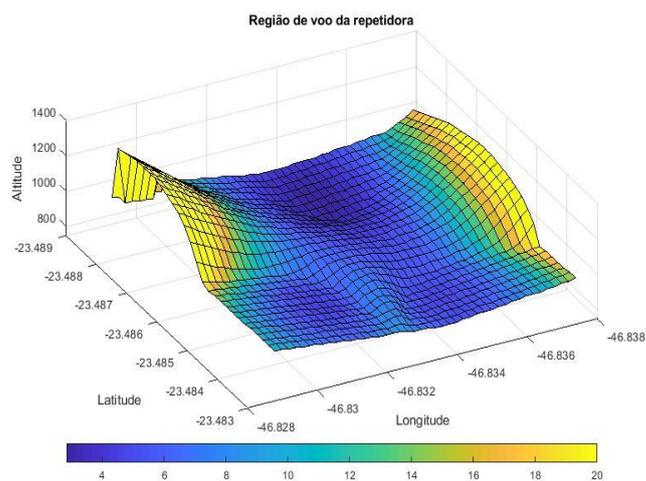


Fig. 7. Gráfico de superfície da região de voo da repetidora para cinco bases.

O melhor PDOP encontrado para essa distribuição de bases foi 2.82, para a repetidora nas coordenadas [-23.4875, -46.8339, 881.0000] (em LLA), marcado em “X” na Fig. 8.

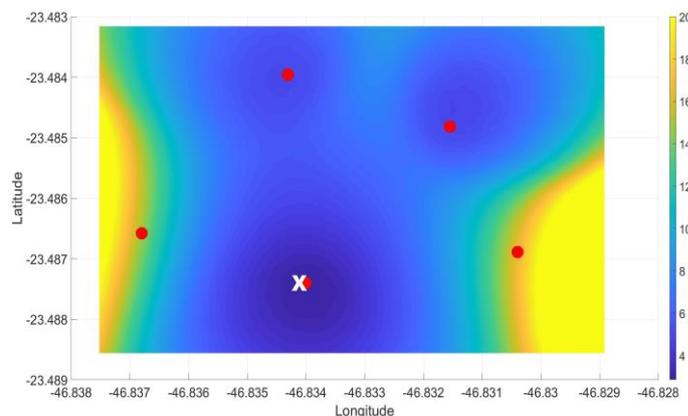


Fig. 8. Vista superior do gráfico de superfície: a posição das cinco bases e o ponto de melhor PDOP

As elevações entre cada base e a repetidora na segunda simulação são apresentados na TABELA IV

## REFERÊNCIAS

TABELA IV. ÂNGULOS DE ELEVAÇÃO ENTRE BASE E REPETIDORA PARA CINCO BASES

Ângulos de Elevação entre Base e Repetidora (5 bases)	
Base	Ângulo de Elevação
A	15,02°
B	20,71°
C	81,77°
D	18,16°
E	19,99°

## IV. DISCUSSÃO

Analisando os resultados gerados, pode-se observar que os menores valores de PDOP são obtidos quando a repetidora está próxima à perpendicular de uma das bases, evidenciado tanto na simulação com quatro bases quanto na simulação com cinco bases.

Ao comparar a primeira simulação com a segunda, em que uma base foi acrescentada à formação anterior, o valor de PDOP resultante passou de 4.40 para 2.82. Portanto, como esperado, uma maior quantidade de bases fez com que o coeficiente PDOP encontrado fosse menor.

Além do valor do PDOP ter sido mais baixo, a área da região de voo aproveitável, ou seja, posições onde a repetidora gera valores de PDOP baixos, na simulação com cinco bases é maior que na simulação com apenas quatro bases.

## V. CONCLUSÃO

Tendo em vista os resultados discutidos anteriormente, pode-se concluir que a melhor distribuição de bases deve considerar, além do menor valor de PDOP encontrado para uma posição de repetidora, a maior região de voo aproveitável, já que a plataforma da repetidora possivelmente estará em movimento durante o funcionamento do sistema.

Portanto, o software desenvolvido atingiu seu objetivo de determinar área de voo da repetidora para que o sistema gere dados confiáveis, além de facilitar a determinação da distribuição e quantidade de bases no solo.

- [1] KAUFMANN, P., "Sistema e processo de posicionamento geográfico e navegação". Brasil, Patente de Invenção PI-9101270-8, 1997.
- [2] KAUFMANN, P., "Sistema e processo de posicionamento geográfico e espacial". Patente de Invenção PI 03003968-4, depositada 08 out. 2003. Correspondente à Geographic and space positioning system and process. International Patent Cooperation Treaty PCT/BR2004/000190, depósito em 04/out/2004.
- [3] KAUFMANN, P.L.; MORAES, R. V.; KUGA, H. K.; BERALDO, L. A.; MARINS, C. N. M.; KAUFMANN, P., "Nonrecursive Algorithm for Remote Geolocation Using Ranging Measurements", Mathematical Problems in Engineering, Hindawi Publishing Corporation, 2006.
- [4] PAMBOUKIAN, S. V. D., "Novo processo de georreferenciamento: determinação de posição de transponder remoto e aplicações no posicionamento de alvos e disseminação de tempos", Software registrado no Brasil, INPI - Instituto Nacional da Propriedade Industrial, BR5120130006163, registro em 07/03/2012.
- [5] KAUFMANN, P.; KAUFMANN, P.L., "Process and System to Determine Temporal Changes in Retransmission and Propagation of Signals Used to Measure Distances, Synchronize Actuators and Georeference Applications", Patent of Invention PI03003968-4, Filed in Brazil on 19 March 2012, International PCT, Application Filed on 17 April 2012.
- [6] KAUFMANN, P.; KAUFMANN, P. L.; PAMBOUKIAN, S. V. D., MORAES, R. V., "Signal Transceiver Transit Times and Propagation Delay Corrections for Ranging and Georeferencing Applications", Hindawi Publishing Corporation, 2012.
- [7] KAUFMANN, P.; KAUFMANN, P. L.; PAMBOUKIAN, S. V. D., MORAES, R. V., "A New Independent GPS-Free System for Georeferencing from Space", Scientific Research Publishing, 2004.
- [8] PAMBOUKIAN, S. V. D., "Implementação das Funções Básicas do Geolocal: um Sistema de Navegação Brasileiro Independente de GNSS", não publicado.
- [9] MACHO, E. P., "Implantação de um Sistema Brasileiro de Georreferenciamento Independente de Outros Sistemas de Navegação por Satélite: O Geolocal", Dissertação de Mestrado. Programa de Pós-Graduação em Ciências e Aplicações Geoespaciais da Universidade Presbiteriana Mackenzie, 2018, não publicado
- [10] LANGLEY, R. D., "Dilution of Precision", GPS WORLD, May 1999.
- [11] DANA, P., "Global Positioning System Overview", The Geographer's Craft Project, Department of Geography, The University of Colorado at Boulder, 1994. [http://foote.geography.uconn.edu/gcraft/notes/gps/gps\\_f.html](http://foote.geography.uconn.edu/gcraft/notes/gps/gps_f.html), acessado em setembro/2019
- [12] MATHWORKS, "MATLAB". <https://www.mathworks.com>, Acessado em setembro/2019
- [13] CELLMER, S., "Theoretical Minimum Value of PDOP Determination", TECHNICAL SCIENCES Abbrev.: Techn. Sc., No 7, Y. 2004.