Exercícios sobre matrizes

1) Calcule 2A + 3B para:

a) A = $\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 5 & 4 \end{pmatrix}$ e B = $\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$

b) A = $\begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 3 & 7 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$ e B = $\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 3 & 2 \\ 4 & -3 \end{pmatrix}$

c) A = $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 5 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$ e B = $\begin{pmatrix} 10 & 1 & -7 \\ -1 & 0 & 3 \end{pmatrix}$

2) Dada a matriz A = $\begin{pmatrix} 3 & 6 \\ -1 & 4 \\ 5 & 7 \end{pmatrix}$, escreva A na forma A = λ B, com B = $\begin{pmatrix} 1 & x \\ y & z \\ t & w \end{pmatrix}$ e na forma A = α C, com C = $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \\ 1 & f \end{pmatrix}$.

3) Calcule os seguintes produtos:

a) $\begin{bmatrix} 1 \\ -3 \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} 0 & -2 & 1 & 5 \end{bmatrix}$

b) $\begin{pmatrix} 2 & 9 & 1 \end{pmatrix} . \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 1 & 3 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$

4) Sendo A = $\begin{pmatrix} \cos 15^o & -\text{sen}15^o \\ \text{sen}15^o & \cos 15^o \end{pmatrix}$, calcule 2(A.A).

Lembrete: sen(2a) = 2sen(a).cos(a) cos(2a) = $\cos^2$(a) - sen^2(a)

Exercícios sobre determinantes

1) Calcule os determinantes abaixo:

a) $\begin{vmatrix} 2 & 5 \\ 1 & 7 \end{vmatrix}$ b) $\begin{vmatrix} a & b \\ 1 & -5 \end{vmatrix}$ c) $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 9 & 7 & 4 \\ 2 & 3 & 1 \end{vmatrix}$ d) $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 7 & 3 & 0 \\ 4 & -4 & 1 \end{vmatrix}$

2) Para quais valores de a e b o determinante $\begin{vmatrix} a^2 & \frac{1}{3}a \\ 2a & b \end{vmatrix}$ pode ser zero?

3) Para que valores de a, o determinante $\begin{vmatrix} x & 2x^2 & 1 \\ 1 & x & 2 \\ a & 3 & 1 \end{vmatrix}$ pode se anular? (Considere que x é raiz real do polinômio de segundo grau correspondente).

4) Seja A uma matriz 2X2 e l um número real qualquer. Prove que Det(lA) = l^2 Det(A) , onde Det(A) é o determinante da matriz A, 2X2 acima.

5) Utilize a fórmula $\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = a_{11} \cdot \begin{vmatrix} a_{22} & a_{23} \\ a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} - a_{12} \cdot \begin{vmatrix} a_{21} & a_{23} \\ a_{31} & a_{33} \end{vmatrix} + a_{13} \cdot \begin{vmatrix} a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \end{vmatrix}$

para calcular os determinantes abaixo:

a) $\begin{vmatrix} 2 & 5 & 7 \\ 3 & -1 & 2 \\ 4 & 7 & 5 \end{vmatrix}$ b) $\begin{vmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \\ -1 & 4 & 7 \end{vmatrix}$ c) $\begin{vmatrix} a & b & c \\ 2 & 1 & 3 \\ 3 & 1 & 4 \end{vmatrix}$ d) $\begin{vmatrix} i & j & k \\ 2 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 3 \end{vmatrix}$

RESPOSTAS DOS EXERCÍCIOS DO CÁLCULO ZERO – MATRIZES E DETERMINANTES

MATRIZES

1) a) $\begin{pmatrix} -1 & 6 \\ 16 & 17 \end{pmatrix}$ b) $\begin{pmatrix} 5 & 5 \\ 15 & 20 \\ 16 & -11 \end{pmatrix}$ c) Não é possível realizar a operação 2A + 3B, pois as matrizes $A_{3 \times 2}$ e $B_{2 \times 3}$ não são de mesmo tipo.

2) A = 3 $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1/3 & 4/3 \\ 5/3 & 7/3 \end{pmatrix}$ A = 5 $\begin{pmatrix} 3/5 & 6/5 \\ -1/5 & 4/5 \\ 1 & 7/5 \end{pmatrix}$

3) a) $\begin{pmatrix} 0 & -2 & 1 & 5 \\ 0 & 6 & -3 & -15 \end{pmatrix}$ b) $\begin{pmatrix} 8 & 31 \end{pmatrix}$

4) $\begin{pmatrix} \sqrt{3} & -1 \\ 1 & \sqrt{3} \end{pmatrix}$

DETERMINANTES

1) a) 9 b)-5a-b c) 32 d) -11.

2) a = 0 ou b = 2/3

3) $a > 18 + 2\sqrt{69} \approx 34{,}613$ ou $a < 18 - 2\sqrt{69} \approx 1{,}387$.

5) a) 102
b) 52
c) $\begin{vmatrix} a & b & c \\ 2 & 1 & 3 \\ 3 & 1 & 4 \end{vmatrix} = a\begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 1 & 4 \end{vmatrix} - b\begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 4 \end{vmatrix} + c\begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 1 \end{vmatrix} = a + b - c$

d) $\begin{vmatrix} i & j & k \\ 2 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 3 \end{vmatrix} = i \cdot \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 3 \end{vmatrix} - j \cdot \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 3 \end{vmatrix} + k \cdot \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 0 \end{vmatrix} = 3i - 7j + k$