

Novo processo de georreferenciamento: determinação de posições de transponder remoto e aplicações no posicionamento de alvos e disseminação de tempos

Sergio Vicente Denser Pamboukian

1. Introdução

Durante séculos foram desenvolvidos sistemas e métodos para determinação de posições de objetos sobre a superfície da Terra para aplicações de topografia e navegação, utilizando tecnologias e recursos de cálculo disponíveis em suas épocas. O grande avanço tecnológico verificado no último século permitiu a introdução de sistemas que utilizam instrumentos cada vez mais sofisticados com ênfase especial em técnicas de determinação remota. Hoje em dia, o sistema mais conhecido e o de maior sucesso é o “*Global Positioning System*”, GPS, do departamento de defesa dos Estados Unidos, que consiste em 27 satélites orbitando com período de translação de 12 horas. Os alvos são passivos, apenas recebendo os sinais dos diferentes satélites e processando-os para determinar suas posições. A precisão na determinação da posição pode variar de alguns metros a poucos centímetros (em aplicações militares) (veja, por exemplo, D. Wells, (editor), “*Guide to GPS positioning*”, Canadian GPS Association, N. Brunswick, Canada, 1987; M. Kayton (editor), Proc. IEEE Position Location and Navigation Symposium, 1988, reprinted from “*Navigation: Land, Sea, Air & Space*”, , IEEE Press, Selected Reprint Series, IEEE Aerospace and Electronic System Society, New York, USA, 1990). Um sistema alternativo de posicionamento geográfico em terra foi proposto no Brasil, sendo objeto de várias patentes (Patente de Invenção PI9101270-8, “Sistema e processo de posicionamento geográfico e navegação”, concedida em 30 de setembro de 1997 e em seu Certificado de Adição C19101270-8, depositado em 17.05.2002; na Patente de Invenção PI03003968-4, “Sistema e processo de posicionamento geográfico e espacial”, depositada em 8 de outubro de 2003, correspondente ao PCT/BR2004/000190, “*Geographic and space positioning system and process*”, depositado em 4 de outubro de 2004 e que resultou, até o momento, nas seguintes patentes já concedidas: US752877B2, de 05/05/09; RU2635934C2 de 27/08/09; e AU 2004277511, de 26/11/2010; “Processo para determinar alterações temporais em uma estação repetidora de sinais”, patente depositada no Brasil, em 18 de abril de 2011, protocolo nr. 018110014335). Este sistema é inovador em relação aos outros sistemas e processos de posicionamento geográfico e espacial, permitindo a determinação da posição, trajetória e equação do movimento de uma plataforma espacial (um satélite artificial, por exemplo) e determinando, ao mesmo tempo, posições de alvos situados em terra ou no espaço, podendo também ser utilizado para efetuar o sincronismo remoto de relógio em uma

base de posição conhecida. Este sistema é baseado no conceito da correlação entre as diferenças de tempo na propagação de sinais de rádio que são retransmitidos por uma plataforma espacial, utilizando como referências geodésicas bases localizadas sobre a superfície da Terra. Este sistema dispensa qualquer processamento a bordo do satélite, necessitando apenas de detectores e processadores nos alvos cujas posições estão sendo determinadas.

O tempo de transmissão de sinais eletromagnéticos depende de diversos fatores que influenciam a precisão na determinação do posicionamento de um objeto: a velocidade de propagação do sinal no meio, os atrasos ocorridos na transmissão e recepção do sinal e o tempo de trânsito na repetidora. A velocidade de propagação no meio (ionosfera, troposfera) bem como no espaço é bem conhecida (por exemplo, Marini, J.W., 1974, "Correction of satellite tracking data for an arbitrary tropospheric profile", *Radio Sci.*, vol. 7, pp. 223-231; Klobuchar, J.A., 1986, "Design and characteristics of the GPS ionospheric time delay algorithm for single frequency users", em *PLANS'86 – Position Location and Navigation Symposium*, Las Vegas, NV, USA, Nov. 4-7, Record (A87-41351 18-17), IEEE New York, pp. 280-286; Radovanovic, T.S., 2002, "Adjustment of satellite-based ranging observations and deformation monitoring", PhD dissertation, Dept. of Geomatics Engineering, University of Calgary, Canada, Rept. Nr. 20166). Os atrasos ocorridos na transmissão e recepção do sinal são devidos aos instrumentos, cabos e conectores utilizados e podem ser medidos diretamente. Porém, o tempo de trânsito na repetidora não pode ser determinado diretamente, uma vez que o objeto remoto que carrega a repetidora é inacessível para medidas diretas. Este tempo é afetado por diversos fatores e sofre variações a cada sinal transmitido, tornando impossível a sua determinação prévia.

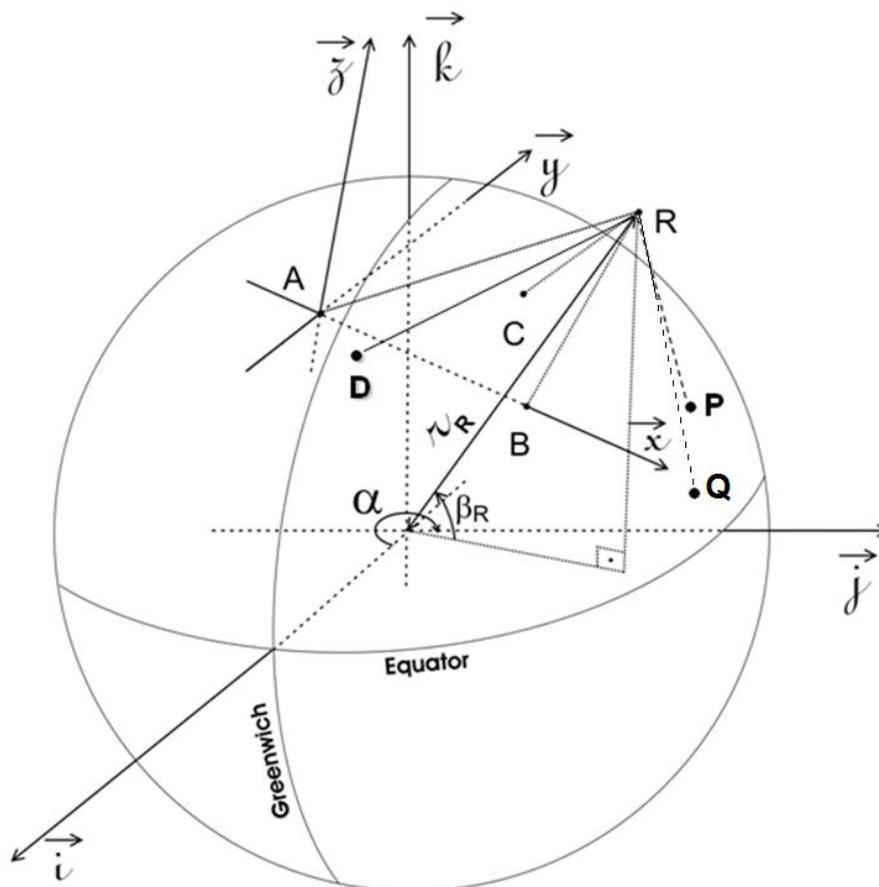
Por outro lado, o conhecimento preciso destes tempos é essencial para aplicações de localização remota, navegação e sincronismo remoto de relógio.

2. Novo processo de georreferenciamento

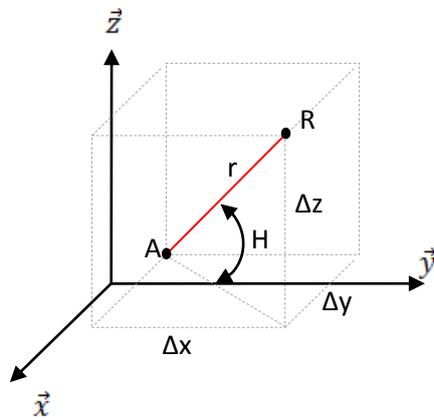
Os sistemas e processos propostos para localização remota são todos extremamente dependentes do atraso ocorrido na repetidora, que na prática é desconhecido, e também de correções devido a atrasos de tempo ou fase nas propagações (Patente de Invenção PI9101270-8, "Sistema e processo de posicionamento geográfico e navegação", concedida em 30 de setembro de 1997 e em seu Certificado de Adição C19101270-8, depositado em 17.05.2002; na Patente de Invenção PI03003968-4, "Sistema e processo de posicionamento geográfico e espacial", depositada em 8 de outubro de 2003, correspondente ao PCT/BR2004/000190, "Geographic and space positioning system and process", depositado em

4 de outubro de 2004 e que resultou, até o momento, nas seguintes patentes já concedidas: US752877B2, de 05/05/09; RU2635934C2 de 27/08/09; e AU 2004277511, de 26/11/2010). Estas inovações carecem de procedimentos práticos que permitam sua solução. Um algoritmo completo propicia a solução analítica completa para aplicação ao novo conceito (Levit Kaufmann et al., 2006, "Non recursive algorithm for remote geolocation using ranging measurements", Math. Problems in Engineering, v. 2006, pp. 1-9, Article ID79389, doi:10.1155/MPE/2006/79389). Este algoritmo não-recursivo serve de base para a versão aprimorada do novo processo de georeferenciamento ("Processo para determinar alterações temporais em uma estação repetidora de sinais", patente depositada no Brasil, em 18 de abril de 2011, protocolo nr. 018110014335), que deu origem ao programa de simulação objeto deste pedido de Registro.

A versão aprimorada do novo processo de georeferenciamento permite a determinação precisa do atraso temporal na repetidora, bem como sua posição, viabilizando as demais aplicações em disseminação de tempo, navegação, e posicionamento remoto de alvos. Este processo utiliza 4 bases (A, B, C e D) em terra como referência e uma repetidora (R) no espaço. Também permite determinar a localização de um alvo (P) em terra ou no espaço e efetuar o sincronismo de relógio de uma base de posição conhecida (Q). Desta forma, podem ser geradas aplicações de posicionamento remoto, navegação e sincronismo de tempo.



O tempo de propagação do sinal no meio (ionosfera, troposfera) pode ser calculado com boa precisão a partir da adoção de modelos apropriados, de acordo com a frequência das portadoras dos sinais temporais. A Figura abaixo apresenta um destes modelos.



$$r = \sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2 + \Delta z^2}$$

$$H = \arcsin(\Delta z/r)$$

$$\Delta_{pd} = c \tau_{atm} / \sin H = c \tau_{atm} r / \Delta z$$

onde:

- c é a velocidade da luz no vácuo (299792458 m/s)
- τ_{atm} é o atraso na direção do zenite
- H é o ângulo de elevação do objeto em relação ao horizonte

Os atrasos ocorridos na transmissão e recepção do sinal, devidos aos instrumentos, cabos e conectores utilizados, podem ser medidos diretamente junto as quatro bases.

No sistema proposto, em um determinado instante, um sinal codificado é transmitido pela base de referência A, retransmitido pela repetidora R e recebido pelas bases de referência A, B, C e D, pelo alvo P e também pela base Q. As distâncias entre a repetidora e as bases de referência, em função do atraso na repetidora (δ_R), podem ser calculadas como:

$$AR(\delta_R) = (\Delta t_A - \delta_{At} - \delta_{Ar} - \delta_R) (c/2) - 2\Delta_{pdAR}$$

$$BR(\delta_R) = (\Delta t_B - \delta_{At} - \delta_{Br} - \delta_R) c - AR(\delta_R) - \Delta_{pdBR} - \Delta_{pdAR}$$

$$CR(\delta_R) = (\Delta t_C - \delta_{At} - \delta_{Cr} - \delta_R) c - AR(\delta_R) - \Delta_{pdCR} - \Delta_{pdAR}$$

$$DR(\delta_R) = (\Delta t_D - \delta_{At} - \delta_{Dr} - \delta_R) c - AR(\delta_R) - \Delta_{pdDR} - \Delta_{pdAR}$$

onde $AR(\delta_R)$, $BR(\delta_R)$, $CR(\delta_R)$ e $DR(\delta_R)$ são as distâncias das bases A, B, C e D até a repetidora R, respectivamente, em função do atraso da repetidora δ_R , que será determinado no processo; Δt_A , Δt_B , Δt_C e Δt_D são as diferenças de tempo efetivamente medidas nas bases A, B, C e D, respectivamente; δ_{At} é o atraso devido ao trânsito do sinal nos circuitos e cabos quando transmitido da base A (previamente medido e conhecido); δ_{Ar} , δ_{Br} , δ_{Cr} e δ_{Dr} são os atrasos devido ao trânsito do sinal nos circuitos e cabos quando recebidos pelas bases A, B, C e D, respectivamente (previamente medidos e conhecidos); Δ_{pdAR} , Δ_{pdBR} , Δ_{pdCR} , e Δ_{pdDR} são os

respectivos atrasos na propagação do sinal pelo meio, calculados através de modelos matemáticos; e c é a velocidade das ondas eletromagnéticas que transportam o sinal codificado no espaço livre.

Uma vez conhecidas as distâncias em função de δ_R , é possível determinar a posição da repetidora, também em função de δ_R , utilizando 3 bases de referência (Levit Kaufmann et al., 2006, "Non recursive algorithm for remote geolocation using ranging measurements", Math. Problems in Engineering, v. 2006, pp. 1-9, Article ID79389, doi:10.1155/MPE/2006/79389) .

Utilizando as 4 bases existentes, combinadas 3 a 3 (ABC, ABD e ACD), é possível determinar o atraso na repetidora (δ_R) utilizando um processo de otimização. Este processo utiliza métodos matemáticos (sqp, quasi-newton, interior-point, active-set e outros) para tentar encontrar um δ_R que minimize o erro no posicionamento da repetidora ("Processo para determinar alterações temporais em uma estação repetidora de sinais", patente depositada no Brasil, em 18 de abril de 2011, protocolo nr. 018110014335):

$$\text{erro} = \|R1-R2\| + \|R2-R3\| + \|R3-R1\|$$

onde R1 é a posição da repetidora determinada com a utilização das bases A, B e C; R2 é a posição da repetidora determinada com a utilização das bases A, B e D; R3 é a posição da repetidora determinada com a utilização das bases A, C e D.

Os atrasos devido a propagação do sinal no meio, o atraso na repetidora e a posição da repetidora devem ser calculados simultaneamente e de forma iterativa, uma vez que o atraso na propagação do sinal no meio depende da posição da repetidora e a posição da repetidora depende do atraso na propagação do sinal no meio.

3. Software para Simulação do Algoritmo proposto

Para comprovar a eficiência do algoritmo proposto, aplicando-se a solução analítica (Levit Kaufmann et al., 2006, "Non recursive algorithm for remote geolocation using ranging measurements", Math. Problems in Engineering, v. 2006, pp. 1-9, Article ID79389, doi:10.1155/MPE/2006/79389) na inovação "Processo para determinar alterações temporais em uma estação repetidora de sinais" (patente depositada no Brasil, em 18 de abril de 2011, protocolo nr. 018110014335), foi desenvolvido um software de simulação que utiliza a linguagem de programação existente no software MATLAB R2010a (versão 7.10.0) em conjunto com os toolboxes "Aerospace" e "Optimization".



As coordenadas das cidades escolhidas para localização das 4 bases em terra foram:

- **São Paulo** (Base A): (-23° 32' 51", -46° 37' 33", 730m)
- **Itú** (Base B): (-23° 15' 51", -47° 17' 57", 583m)
- **Campinas** (Base C): (-22° 54' 20", -47° 03' 39", 855m)
- **Bragança Paulista** (Base D): (-22° 57' 07", -46° 32' 31", 817m)

Em uma situação real, além das posições das bases de referência (A, B, C e D), também são conhecidos: os tempos totais de transmissão entre as bases e a repetidora (Δt_A , Δt_B , Δt_C e Δt_D); o tempo total de transmissão entre o alvo e a repetidora (Δt_P); os delays de software e hardware na transmissão da base A (δ_{At}); os delays de software e hardware na recepção do sinal pelas bases e pelo alvo (δ_{Ar} , δ_{Br} , δ_{Cr} , δ_{Dr} e δ_{Pr}).

O software de simulação desenvolvido se divide em duas partes: a primeira prepara os dados para a simulação e a segunda faz efetivamente a simulação do algoritmo.

Na primeira parte da simulação, para tornar possível a determinação dos tempos totais de transmissão (que na prática seriam conhecidos) foram adotados:

- os delays de software e hardware nas bases e no alvo iguais a 0.0001ms;
- as localizações sucessivas da repetidora em 4 instantes (t_1 , t_2 , t_3 e t_4), supondo seu transporte feito por um VANT a aproximadamente 6km de altitude em trajetória circular:
 - **Jundiaí**: (-23° 11' 11", -46° 53' 03", 5761m) em t_1 ;
 - **Jundiaí**: (-23° 11' 11", -46° 59' 03", 6000m) em t_2 ;

- **Jundiaí:** (-23° 15' 11", -46° 53' 03", 6200m) em t3;
- **Jundiaí:** (-23° 15' 11", -46° 59' 03", 6800m) em t4;
- a localização do alvo;
 - **Atibaia:** (-23° 07' 01", -46° 33' 01", 803m)
- o atraso na repetidora (δ_R) igual a 0.0002ms;
- para o atraso em distância na direção do zênite foi adotado como 2.3m, como valor típico para Δ_{pd} ao nível do mar, para rádio-frequências da order de GHz, considerando-se apenas a componente seca (Honma, M., Tamura, Y., Reid, M.J., 2008, "Tropospheric delay calibrations for VERA", Publ.Astron.Soc.Japan, vol. 60, pp. 951-960).

O objetivo desta primeira parte da simulação é determinar os tempos totais de transmissão entre bases, repetidora e alvo:

- $\Delta t_A = AR(\delta_R)/c + AR(\delta_R)/c + \delta_{At} + \delta_R + \delta_{Ar} + 2 \Delta_{pdAR}$
- $\Delta t_B = AR(\delta_R)/c + BR(\delta_R)/c + \delta_{At} + \delta_R + \delta_{Br} + \Delta_{pdAR} + \Delta_{pdBR}$
- $\Delta t_C = AR(\delta_R)/c + CR(\delta_R)/c + \delta_{At} + \delta_R + \delta_{Cr} + \Delta_{pdAR} + \Delta_{pdCR}$
- $\Delta t_D = AR(\delta_R)/c + DR(\delta_R)/c + \delta_{At} + \delta_R + \delta_{Dr} + \Delta_{pdAR} + \Delta_{pdDR}$
- $\Delta t_P = AR(\delta_R)/c + PR(\delta_R)/c + \delta_{At} + \delta_R + \delta_{Pr} + \Delta_{pdAR} + \Delta_{pdPR}$

Na segunda parte da simulação são conhecidos:

- as posições das bases;
- os tempos totais de transmissão;
- os delays de software e hardware nas bases e no alvo;
- o atraso em distância devido a propagação na direção o zenite (por modelos);
- a posição da base Q onde será feito o sincronismo remoto de relógio em t4:
 - **Americana:** (-22° 44' 21", -47° 19' 53", 545m) .

E são calculados:

- o delay na repetidora;
- as posições sucessivas da repetidora (R) em t1, t2, t3 e t4;
- a posição do alvo (P);
- a diferença de tempo na base Q para ajuste do relógio.

Posteriormente, os resultados obtidos podem ser comparados com os valores adotados na primeira parte da simulação, com o objetivo de verificarmos a precisão do método de cálculo utilizado.

A determinação da posição da repetidora a cada instante deve ser feita através de um processo iterativo, pois o cálculo do atraso em distância devido a propagação, o *path delay*, depende da posição da repetidora e a posição da repetidora depende do *path delay*:

- inicialmente, adotar *path delay* nulo entre cada base e a repetidora;
- calcular posição da repetidora conforme algoritmo descrito em (Levit Kaufmann et al., 2006, "Non recursive algorithm for remote geolocation using ranging measurements", Math. Problems in Engineering, v. 2006, pp. 1-9, Article ID79389, doi:10.1155/MPE/2006/79389);
- calcular ângulo de elevação da repetidora em relação a cada base;
- recalculer os *path delays* para cada base;
- repetir todo o processo até que haja convergência.

Segundo (Levit Kaufmann et al., 2006, "Non recursive algorithm for remote geolocation using ranging measurements", Math. Problems in Engineering, v. 2006, pp. 1-9, Article ID79389, doi:10.1155/MPE/2006/79389), se o atraso na repetidora for conhecido, sua posição pode ser determinada utilizando-se apenas 3 bases em terra (ABC, ABD ou ACD). Supondo que a posição R1 da repetidora foi determinada utilizando as bases ABC, a posição R2 foi determinada utilizando as bases ABD e a posição R3 foi determinada utilizando as bases ACD, é possível encontrar um valor para δ_R de forma que as posições R1, R2 e R3 sejam bem próximas.

Desta forma, o atraso na repetidora (δ_R) pode ser calculado através de um processo de minimização de uma função objetivo (FO), através de aproximações sucessivas, com base em um valor inicial e uma faixa com limites inferior e superior. Nesta simulação, o erro existente entre as posições obtidas para a repetidora é minimizado:

$$\text{erro} = \|R1-R2\| + \|R2-R3\| + \|R3-R1\|$$

Nesta simulação, o valor inicial e os limites inferior e superior adotados para δ_R foram: $\delta_{R_{\text{inferior}}} = 0\text{ms}$, $\delta_{R_{\text{superior}}} = 1\text{ms}$, $\delta_{R_{\text{inicial}}} = 0.5\text{ms}$.

Podemos notar que todo o processo de minimização, determinação da posição da repetidora e determinação do *path delay* deve ser feito em paralelo, pois existe a interdependência de informações.

Executando este processo para os instantes t1, t2, t3 e t4, pode-se obter a posição da repetidora em quatro instantes sucessivos.

Para a localização de um alvo, o processo é semelhante. Da mesma forma que a posição da repetidora foi encontrada utilizando-se 4 bases de referência, o alvo pode ser localizado a partir de 4 posições sucessivas da repetidora.

Para o sincronismo do relógio da base Q, de posição conhecida, adotou-se um horário de saída do sinal da base A (hA) e calculou-se o tempo necessário para o mesmo atingir a base Q (Δt_Q), levando-se em consideração as distâncias e os atrasos na transmissão do sinal pela base A, na recepção e retransmissão do sinal pela repetidora e na propagação do sinal:

$$\Delta t_Q = AR/c + QR/c + \delta_{At} + \delta_R + \delta_{QR} + \Delta_{pdAR} + \Delta_{pdQR}$$

O horário de chegada do sinal na base Q ($h_Q = h_A + \Delta t_Q$) foi comparado com o horário real do relógio da base e a diferença de tempo foi utilizada para efetuar o ajuste.

4. Resultados

Os resultados apresentados pelo algoritmo e sua implementação em software foram extremamente satisfatórios. Os erros de posicionamento ficaram na casa de milímetros e décimos de milímetros, se compararmos os valores adotados na primeira parte da simulação com os valores encontrados pela segunda parte. O atraso na repetidora foi determinado com precisão de 10^{-6} ms e os erros de latitude e longitude foram inferiores a 10^{-6} graus.

A tabela a seguir ilustra a posição real e a posição encontrada para a repetidora nos instantes t1, t2, t3 e t4 e também para o alvo.

Objeto	Posição	Latitude (°)	Longitude (°)	Altitude (m)
Repetidora em t1	Real	-23.186389	-46.884167	5761
	Calculada	-23.186389	-46.884167	5761.000097
Repetidora em t2	Real	-23.186389	-46.984167	6000
	Calculada	-23.186389	-46.984167	6000.001654
Repetidora em t3	Real	-23.253056	-46.884167	6200
	Calculada	-23.253056	-46.884167	6200.000289
Repetidora em t4	Real	-23.253056	-46.984167	6800
	Calculada	-23.253056	-46.984167	6800.000021
Alvo	Real	-23.116944	-46.550278	803
	Calculada	-23.116944	-46.550278	802.998870

Podemos notar que o erro no posicionamento do alvo foi de apenas 1.13 mm de altitude e no posicionamento da repetidora foi ainda menor.

Na pratica, a eficiência do algoritmo irá depender da precisão dos dados de entrada (posições das bases, tempos de transmissão e delays nas bases e no alvo).

5. Código Fonte

O código a seguir ilustra o procedimento de preparação de dados para a simulação.

< ESTA PARTE FOI OMITIDA INTENCIONALMENTE. ENTRE EM CONTATO COM O AUTOR PARA
OBTER O CÓDIGO >

Os resultados obtidos nesta primeira parte da simulação para cada instante (t1, t2, t3 e t4),
para cada uma das 4 bases e também para o alvo são vistos a seguir.

Distancias (km)				
	t1	t2	t3	t4
A	48.215161577070660	54.521223713720282	42.338019302453901	49.443627267419799
B	43.670008975610543	33.825312768414925	42.875201810088399	32.868170078503660
C	36.338762019273709	32.505044159730424	42.886534052889829	39.748205984784214
D	43.934502795836529	52.509807988757970	48.710089492798851	56.603487575602358
P	35.413760177732286	45.416438531822429	37.768283359255243	47.319735154420790

Angulos de elevação (rad)				
	t1	t2	t3	t4
A	0.804433646966058	0.688506189578920	0.715435318155683	0.590634779852690
B	0.135002208268887	0.171827342963506	0.025353525887299	0.040286847597577
C	0.998783365431302	1.231158303999037	1.065097007410365	1.252814030835161
D	0.628680958109561	0.516491316053097	0.738802056077130	0.623254806002796
P	0.257667169635312	0.202147643439193	0.437131100518518	0.349998778305163

Path Delay Length (km)				
	t1	t2	t3	t4
A	0.003192502419665	0.003619856079029	0.003506385873749	0.004130091599102
B	0.017088619454659	0.013451624424068	0.090726884925615	0.057106038733626
C	0.002735447677308	0.002439346915655	0.002629064417116	0.002421388598884
D	0.003911042996469	0.004657452637081	0.003415489294567	0.003940507960568
P	0.009025786772049	0.011455683427209	0.005432958688143	0.006707560234477

Path Delay (ms)				
	t1	t2	t3	t4
A	0.000010649041810	0.000012074540177	0.000011696044314	0.000013776502673
B	0.000057001498866	0.000044869789300	0.000302632312804	0.000190485241405
C	0.000009124471294	0.000008136785468	0.000008769614935	0.000008076882971
D	0.000013045835184	0.000015535589748	0.000011392845962	0.000013144119725
P	0.000030106783981	0.000038212046773	0.000018122399491	0.000022374012606

Tempos de transmissão (ms)				
	t1	t2	t3	t4
A	0.322078233009386	0.364150602223618	0.282872254110726	0.330279928860778
B	0.306963588316006	0.295149269385017	0.284955038350370	0.275166863802345
C	0.282461303711788	0.290708594342441	0.284698975945668	0.297933784964003
D	0.307801889070616	0.357444702609544	0.304126889188190	0.354162019732270
P	0.279396812001170	0.333806445418480	0.267635682114028	0.323203984861001

Os tempos de transmissão obtidos são utilizados na segunda parte da simulação, vista a seguir.

< ESTA PARTE FOI OMITIDA INTENCIONALMENTE. ENTRE EM CONTATO COM O AUTOR PARA
OBTER O CÓDIGO >

Os resultados obtidos nesta segunda parte da simulação são vistos a seguir.

1 - CÁLCULO DO ATRASO NA REPETIDORA E SUA POSIÇÃO

TEMPO = 1

Atraso na repetidora = 0.000200 ms Erro na minimização = 0.0000000104 km
Posição da repetidora = (-23.186389°, -46.884167°, 5761.000097m)

TEMPO = 2

Atraso na repetidora = 0.000200 ms Erro na minimização = 0.0000002440 km
Posição da repetidora = (-23.186389°, -46.984167°, 6000.001654m)

TEMPO = 3

Atraso na repetidora = 0.000200 ms Erro na minimização = 0.0000000950 km
Posição da repetidora = (-23.253056°, -46.884167°, 6200.000289m)

TEMPO = 4
Atraso na repetidora = 0.000200 ms Erro na minimização = 0.0000000034 km
Posição da repetidora = (-23.253056°, -46.984167°, 6800.000021m)

2 - CÁLCULO DA POSIÇÃO DO ALVO

Posição do alvo = (-23.116944°, -46.550278°, 802.998870m)

3 - SINCRONISMO DE RELÓGIO

Sinal emitido pela Base A em	15:40:25.37000000000000 (hh:mm:ss)
Sinal recebido pela Repetidora em	15:40:25.37016503996711 (hh:mm:ss)
Sinal transmitido pela Repetidora em	15:40:25.37016523996863 (hh:mm:ss)
Sinal recebido pela Base Q em	15:40:25.37039035892667 (hh:mm:ss)
Tempo Real na Base Q	15:40:25.37010000000000 (hh:mm:ss)
Diferença de tempo na Base Q	00:00:00.00029035892658 (hh:mm:ss)

6. Considerações Finais

O programa de simulação objeto deste pedido de Registro mostrou que, utilizando-se quatro bases em terra como referências geodésicas e através do estudo da propagação do sinal transmitido entre bases, repetidora e alvo, é possível calcular com precisão o atraso ocorrido na repetidora a cada instante e sua posição, determinar a posição de um alvo em terra ou no espaço e efetuar o sincronismo remoto de relógio em uma base de posição conhecida.

Os resultados apresentados pela simulação do algoritmo em software foram extremamente satisfatórios, com erros de latitude e longitude inferiores a 10^{-6} graus, com erros de altimetria na casa de milímetros e décimos de milímetros e com a determinação do atraso na repetidora com precisão de 10^{-6} ms.